

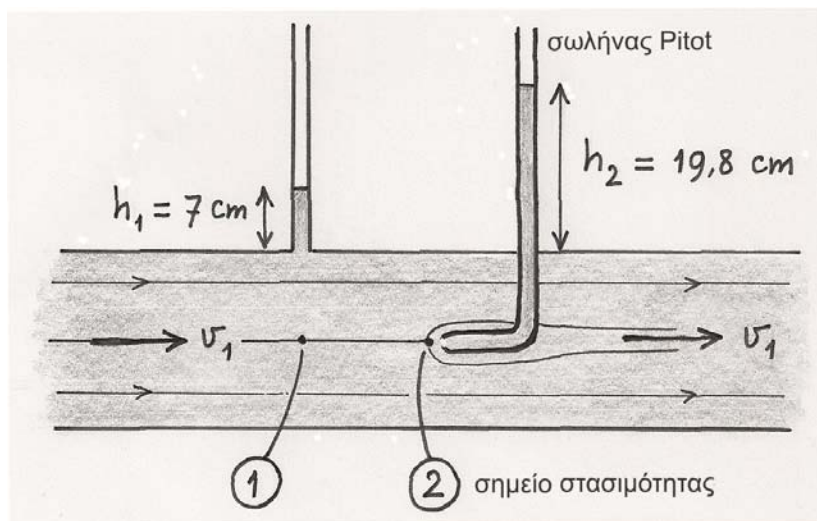
Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το "Φύλλο για τη Μηχανική των Ρευστών", το οποίο μοιράζεται μαζί με τα θέματα. Άλλα συγγράμματα ή σημειώσεις δεν επιτρέπονται.

ΘΕΜΑΤΑ

Δευτέρα 14 Φεβρουαρίου 2011

Ωρα 15:00-18:00, Αίθουσα ΑΑ

- 1) Το παρακάτω σχήμα δείχνει πώς χρησιμοποιείται ένας λεπτός «σωλήνας Pitot» για



να βρεθεί η ταχύτητα v_1 του νερού στο κέντρο ενός οριζόντιου κυλινδρικού σωλήνα διαμέτρου $d = 6 \text{ cm}$. Μετράμε την πίεση σε τυχαίο σημείο 1 όπου το νερό ρέει ελεύθερα (ταχύτητα v_1) καθώς και στο σημείο 2 αμέσως μπροστά στο στόμιο του σωλήνα Pitot, όπου το νερό είναι στάσιμο (ταχύτητα $v_2 = 0 \text{ m/s}$).

Η απόσταση μεταξύ των σημείων είναι αρκετά μικρή ώστε να είναι αμελητέα η απώλεια ενέργειας από το σημείο 1 στο 2. Η ροή του νερού είναι σταθερή και στρωτή.

(α) [1 μον.] Με δεδομένες τις τιμές στο σχήμα να καθορίσετε τις πιέσεις P_1 και P_2 στα δύο σημεία. Να τεκμηριώσετε την απάντησή σας.

(β) [1 μον.] Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας v_1 του νερού.

- 2) Το πεδίο ταχύτητας ενός ομογενούς ασυμπίεστου ρευστού δίνεται (σε κάθε σημείο του χώρου πλην της αρχής O) από την έκφραση

$$\vec{q} = \frac{k}{r^3} \vec{r},$$

όπου k μια θετική σταθερά.

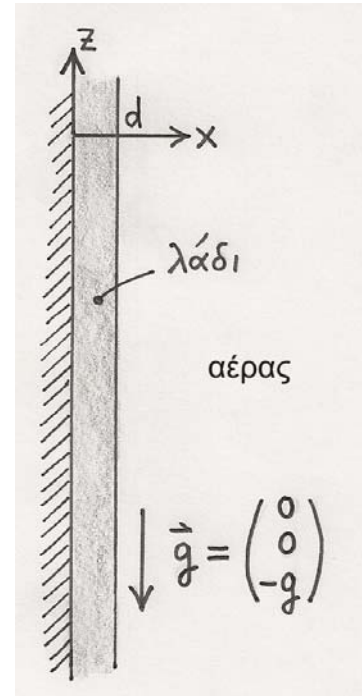
(α) [1 μον.] Να αποδείξετε ότι μια τέτοια ροή είναι δυνατή.

(β) [1 μον.] Να υπολογίσετε την κυκλοφορία Γ κατά μήκος του κύκλου $x^2 + y^2 = 1$.

(γ) [1.5 μον.] Να εξετάσετε εάν υπάρχει δυναμικό ταχύτητας για αυτό το πεδίο ροής και, εάν υπάρχει, να το υπολογίσετε.

→ βλ. επόμενη σελίδα

3) Θεωρούμε τη σταθερή στρωτή ροή ενός λεπτού στρώματος λαδιού (πάχους d) κατακόρυφα προς τα κάτω σε ένα λείο τοίχο. Η μοναδική δύναμη που δρα πάνω στο ρευστό είναι η βαρύτητα. Το λάδι θεωρείται ασυμπίεστο, με σταθερή πυκνότητα ρ και ιξώδες μ . Ο τοίχος είναι αρκετά μεγάλος έτσι ώστε δεν λαμβάνονται υπόψη τα άκρα του.



- (α) [0.5 μον.] Να εξηγήσετε γιατί η πίεση P έχει την ίδια σταθερή τιμή παντού στο στρώμα λαδιού. Ποια είναι αυτή η τιμή;
- (β) [0.5 μον.] Να διατυπώσετε την εξίσωση συνέχειας για το παρόν πρόβλημα και να δείξετε ότι το πεδίο ταχύτητας είναι της μορφής:

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w(x) \end{pmatrix}.$$

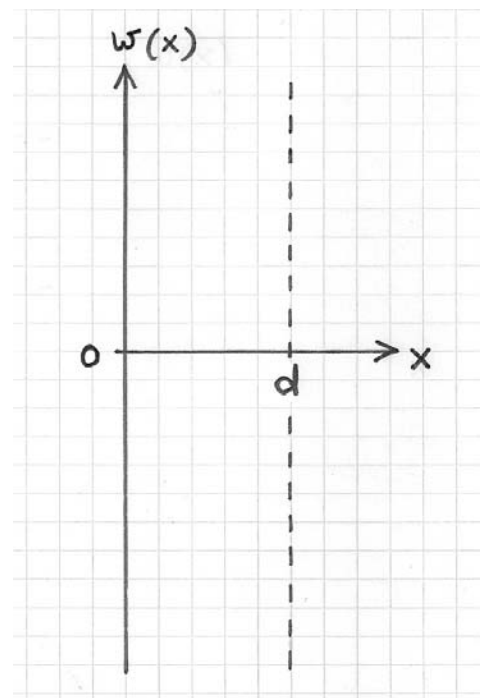
- (γ) [1.5 μον.] Να διατυπώσετε τις εξισώσεις Navier-Stokes για το παραπάνω σύστημα και να δείξετε ότι η γενική λύση είναι:

$$w(x) = A + Bx + \frac{\rho g}{2\mu} x^2,$$

όπου A και B δύο σταθερές ολοκλήρωσης.

- (δ) [1 μον.]
 - (i) Σε ποιες μονάδες SI εκφράζονται οι σταθερές A και B .
 - (ii) Να εφαρμόσετε τη συνθήκη μη-ολίσθησης στον τοίχο ($x = 0$) για να βρείτε την τιμή του A .
 - (iii) Στην ελεύθερη επιφάνεια του λαδιού ($x = d$) η διατμητική τάση είναι αμελητέα. Να διατυπώσετε την αντίστοιχη συνοριακή συνθήκη και να βρείτε το B .

- (ε) [1 μον.] Στο διπλανό σχήμα να φτιάξετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας $w(x)$. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\rho = 915 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 84 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ (ελαιόλαδο σε 20° C) και $d = 1 \text{ mm}$.



Να επιστραφούν τα θέματα μαζί με την κόλλα. Μην ξεχάσετε να συμπληρώσετε τα στοιχεία σας:

Όνοματεπώνυμο:

.....

A.M.: